Exercice n° 1.

L'espace affine euclidien est rapporté au repère cartésien orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le cylindre (Σ) dont les génératrices sont parallèles à l'axe Oz [de repère $(O, \vec{k})$] et d'équation :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{2a^2} - 1 = 0,$$

a étant une constante réelle strictement positive.

1° Un plan affine (π_α) contenant l'axe Oy [de repère $(O, \vec{j})$], rencontre le plan Oxz de repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$, selon la droite (D_α) de repère $(O, \vec{I})$, on posera :

$$(\vec{i}, \vec{I}) = \alpha \quad , \quad \| \vec{I} \| = 1 \quad , \qquad \alpha \in \left]-\frac{\pi}{2} \, , \, \frac{\pi}{2}\right[.$$

La courbe intersection du plan (π_α) et du cylindre (Σ) est, en général, une conique (C_α) ; le plan (π_α) est rapporté au repère cartésien orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$, avec $\vec{j} = \vec{J}$. Préciser la nature de (C_α), déterminer les coordonnées de ses foyers F_1 et F_2 dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, et étudier les courbes décrites par ces deux points lorsque α parcourt l'intervalle

$$\left]-\frac{\pi}{2} \, , \, \frac{\pi}{2}\right[.$$

2° On pose :

$$(\mathfrak{D}_1) = \left]-\frac{\pi}{4} \, , \, \frac{\pi}{4}\right[\text{ et } (\mathfrak{D}_2) = \left]-\frac{\pi}{2} \, , \, -\frac{\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{\pi}{4} \, , \, \frac{\pi}{2}\right[.$$

Pour chaque valeur de α appartenant à $(\mathfrak{D}_1)$, la conique (C_α) obtenue à la question précédente, possède deux directrices notées (Δ_α) et (Δ'_α). Donner les équations cartésiennes de ces deux droites dans le repère $(O, \vec{I}, \vec{J})$ auquel est rapporté le plan (π_α).

Si, maintenant, α appartient à $(\mathfrak{D}_2)$, la conique (C_α) possède deux directrices notées (Λ_α) et (Λ'_α). Donner les équations cartésiennes de ces deux droites dans le repère $(O, \vec{I}, \vec{J})$ auquel est rapporté le plan (π_α).

Montrer que, quand α parcourt les domaines $(\mathfrak{D}_1)$ et $(\mathfrak{D}_2)$ définis ci-dessus, les droites (Δ_α), (Δ'_α), (Λ_α) et (Λ'_α), engendrent deux surfaces (S_1) et (S_2), une de ces surfaces ayant pour équation cartésienne dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

$$(S_1) : \quad z^2 (x^2 - a^2) = x^2 (x^2 + a^2) \quad , \quad |x| > a \quad ,$$

et, l'autre surface, ayant pour équation dans $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

$$(S_2) : \quad y^2 (x^2 - z^2) = 4a^2x^2 \quad , \quad |z| < |x| .$$

On remarque que (S_1) est un cylindre, préciser la forme de ses sections droites.

Donner l'équation du plan tangent à (S_2) en un point régulier de cette surface ; préciser les équations de la droite (H_α) intersection de ce plan tangent avec le plan Oxz.

3° On considère le point M_0 de coordonnées x_0, y_0, z_0 dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, calculer les coordonnées des points P_α et P'_α, projections orthogonales de M_0 sur les droites (Δ_α) et (Δ'_α) obtenues à la deuxième question, α appartenant à $(\mathfrak{D}_1)$. Préciser la nature de la surface (S_3) sur laquelle sont tracées les courbes (W_α) et (W'_α), ensembles des positions occupées respectivement par P_α et P'_α lorsque α décrit $(\mathfrak{D}_1)$.

Exercice n° 2.

On donne deux torseurs $(\mathcal{T}_1)$ et $(\mathcal{T}_2)$ dont les résultantes respectives $\vec{R}_1$ et $\vec{R}_2$ sont deux vecteurs non nuls et non colinéaires.

Déterminer l'ensemble (Σ) des points P de l'espace affine euclidien, tels que les moments en P de ces deux torseurs, notés $\overrightarrow{\mathfrak{M}_1}(P)$ et $\overrightarrow{\mathfrak{M}_2}(P)$, vérifient la relation :

$$\overrightarrow{\mathfrak{M}_1}(P) = k\,\overrightarrow{\mathfrak{M}_2}(P),$$

k étant une constante réelle non nulle fixée.

Discuter suivant le choix des torseurs $(\mathcal{T}_1)$ et $(\mathcal{T}_2)$.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail